Mach versus Machův princip

Jan Kadrnoška

21. března 2007

Kompilát textů různých autorů v souvislostech.

Není to prach, který se snad za jedno století usadil na knihách Ernsta Macha a poněkud zastírá dnešnímu čtenáři jeho dílo. Spíše je to oslnivý lesk úspěchu teorie relativity, skrze nějž je dnes hůře rozeznat myšlenky, kdysi bezprostředně ovlivňující několik generací fyziků. Řada protagonistů zlaté éry počátku 20.století se hlásí k Machovým myšlenkám jako k základnímu východisku většiny nových koncepcí o něž se opírá moderní fyzika. Jedním dítětem této doby je také tzv. "Machův princip" - idea, která byla vložena do samotného pedimentu obecné teorie relativity, ale o níž zatím nikdo nenabyl jistoty co se týče její úlohy a smyslu, způsobu interpretace a v důsledcích ani jejího správného vyslovení. Téměř stoletá diskuse spojená s Machovým principem ukázala, že jeho podstata zřejmě leží hlouběji než se dosud myslelo a zároveň že jeho objasnění se zřejmě nebude možno vyhnout.

1. Na téma Machova principu bylo napsáno značné množství článků a knih a pokud neznalý čtenář náhodně do některých nahlédne, může být hned zpočátku zklamán. Totiž pravděpodobnost, že najde rigorozní znění principu, je nepatrná. Nalezne spíše řadu odlišných výroků a sotva se podaří najít alespoň dvě stejné formulace. Kromě výroků krátkých až lapidárních jako "setrvačnost zde určuje hmota tam", nacházíme i sáhodlouhé rozbory o rotujícím vědru, vzpomínající všechny Newtonovy hříchy "absolutismu", přes zástupná tvrzení typu "Machův princip pojednává o ... " - kosmologii, vzdálených galaxiích, referenčních soustavách, strhávání prostoru, indukované setrvačnosti etc., až po obskurní spekulace o temné a celkové hmotě vesmíru, a kromě toho také řadu soudů, co Machův princip není. Tohoto jevu, tedy obtížné artikulace Machova principu, si všimla řada autorů: Robert H. Dicke je například autorem článku "Many Faces of Mach" [1], Julian Barbour [2] dokonce s nadsázkou píše "co autor, to jiné znění Machova principu", a tak podobně. Skoro by se i zdálo, že Machův princip je až tak mysteriózní, že nakonec nikdo ani neví, jak vlastně zní. Kryptické stigma si ostatně nese od narození: Machův princip totiž především vůbec nevyslovil Mach!

Dohledat jeho původ je ale docela snadné. Otcem Machova principu je Albert Einstein a křestní list byl vystaven 6. března 1918. V časopise *ANNALEN DER PHYSIK, Vierte Folge 55, s. 241* v článku *Principy obecné teorie relativity*, (Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie) [3] poprvé vyslovil pojem Machův princip.

> ... Die Theorie, wie sie mir heute vorschwebt, beruht auf drei Hauptgesichtspunkten, die allerdings keineswegs voneinander unabhängig sind. Sie seinen in folgenden kurz angeführt und charakterisiert und hierauf im nachfolgenden von einigen Seiten beleuchtet:
> a) *Relativitätsprinzip*: Die Naturgesetze sind nur Aussagen über zeiträumliche Koinzidenzen; sie finden deshalb ihren einzig natürlichen Ausdruck in allgemein kovarianten Gleichungen.
> b) *Äquivalenzprinzip*: Trägheit und Schwere sind wesensgleich. Hieraus und aus den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie folgt notwendig, daß der symmetrische "Fundamentaltensor" ($g_{\mu\nu}$) die metrischen Eigenschaften des Raumes, das Trägheitsverhalten der Körper in ihm, sowie die Gravitationswirkungen bestimmt. Den durch den Fundamentaltensor beschriebenen Raumzustand wollen wir als "*G*-Feld" bezeichnen.
> c) *Machsches Prinzip* [1]): Das *G*-Feld ist *restlos* durch die Massen der Körper bestimmt. Da Masse und Energie nach den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie das Gleiche sind und die Energie formal durch den symmetrischen Energietensor ($T_{\mu\nu}$) beschrieben wird, so besagt dies, daß das *G*-Feld durch den Energietensor der Materie bedingt und bestimmt sei.
> [1]) Bisher habe ich die Prinzipe a) und c) nicht auseinandergehalten, was aber verwirrend wirkte. Den Namen „Machsches Prinzip" habe ich deshalb gewählt, weil dies Prinzip eine Verallgemeinerung der Machschen Forderung bedeutet, daß die Trägheit auf eine Wechselwirkung der Körper zurückgeführt werden müsse.

do češtiny zhruba přeloženo:

> ... Teorie [OTR - obecná teorie relativity], jak se mi dnes jeví, vyrůstá ze tří hlavních hledisek, které ovšem v žádném případě nejsou navzájem nezávislé. Mohou být zde krátce vysloveny takto:
> a) *Princip relativity:* Přírodní zákony jsou jen vyslovením časoprostorových úkazů; ty docházejí svého přirozeného vyjádření v obecně kovariantních rovnicích.
> b) *Princip ekvivalence:* Setrvačnost a tíže jsou identické. Z toho a z výsledků speciální teorie relativity nutně vyplývá, že symetrický "fundamentální tenzor" ($g_{\mu\nu}$) určuje metrické vlastnosti prostoru, setrvačné chování těles v něm, jakož i (jejich) gravitační působení. Takto, pomocí fundamentálního tenzoru popsaný prostor, označíme jako "*G*-pole".
> c) *Machův princip* : [1]) *G*-pole je *úplně* určeno hmotnostmi těles. Takže, protože hmotnost a energie jsou podle výsledků speciální teorie relativity rovnocenné, energie bude vyjádřená také symetrickým tenzorem $T_{\mu\nu}$, a můžeme říct, že *G*-pole je podmíněno a určeno tenzorem energie a hybnosti. ..."
>
> [1]) pod čarou : Až doposud jsem neodděloval principy a) a c) jeden od druhého, což možná působilo zmateně. Pojmenování "Machův princip" jsem zvolil proto, poněvadž tento princip představuje zevšeobecnění Machova požadavku, že setrvačnost musí být odvozena ze vzájemného působení těles.

Především jistě stojí za povšimnutí, že tento pojem spatřil světlo světa 2 roky po Machově smrti, (Mach zemřel 78letý ve Vaterstettenu (München) 19. února 1916) takže je jisté, že Mach nejenže "svůj" princip nevyslovil, ale rozhodně ani neznal. To samozřejmě vůbec neznamená, že takto vyslovený princip nemá s Machem nic společného! Einstein byl velký Machův obdivovatel a jeho přínosu projevil nejednou ocenění a respekt. K Machovu dílu jako své hlavní inspiraci se mnohokrát hlásil a i v pozdějších letech nejednou připomněl svou příslušnost k Machovým myšlenkovým metodám.

Poznámka pod čarou zcela jasně vysvětluje pravé důvody, které Einsteina vedly ke spojení "principu" c) s Machovým jménem. K přesvědčivějšímu pochopení vede českého čtenáře jistě také přísnější překlad slova "Machsches" z němčiny - ve správném smyslu by se měl překládat jako "Machovský" nebo "podle Macha". Tyto termíny, ačkoliv možná česky znějí nevhodně, zřejmě vystihují původní Einsteinův záměr přiléhavěji. (V anglické literatuře, například, se většinou vyskytuje překlad "Mach principle", "Mach's principle", opatrnější uživatelé ale také překládají "Machian principle", "Principle of Mach".) Samozřejmě v češtině patrně nelze, zejména ne už dnes, zavést jiný překlad než tradiční "Machův". Každý kdo ho užívá by měl ale mít na paměti, že personifikace v tomto případě není na místě.

Otázka, jakou roli Machův princip ve fyzice hraje, je vzhledem k pozdějším potížím s interpretací původního Einsteinova výroku tak možná rovnocenná s tím, do jaké míry je Machův princip vůbec spojen s Machem, respektive s jeho dílem.

2. Dnešnímu, fyzikálně zaměřenému čtenáři může připadat originální znění Machova principu jako až příliš samozřejmé. To zřejmě proto, že po stoletém pěstování relativity se pojmy tenzoru energie a hybnosti nebo zakřiveného časoprostoru povětšinou staly familiární a zacházení s metrikou neeukleidovských prostorů patří už k řemeslným technikám. Povrchně bychom tedy dnes mohli přetlumočit originální Machův princip asi tak, že dráhy těles popisujeme jako geodetiky nějak zakřiveného prostoru, zakřivení můžeme měřit nebo vypočítat a (tvrzení principu:) jediný zdroj pro výpočet je rozložení veškeré hmoty, rozumí se její umístění a velikosti (hmotnosti) se započítáním všech interakcí. Zakřivení, které je popsáno tenzorem křivosti je tedy "přímo úměrné" rozmístění hmot a energií, které by mělo být formálně matematicky popsáno stejným objektem, tedy tenzorem, v daném případě tenzorem energie a hybnosti.

Takto vyslovený princip v "Machově duchu" je v souladu s heuristikou Einsteinových rovnic, od nichž se pak (už bez Macha) odvíjí celá obecná teorie relativity.

Ve zmiňovaném ustavujícím článku autor pokračuje obšírnějším komentářem ke všem třem principům a vysvětluje: [3]

> ... Jinak je to s "Machovým principem" c); nezbytnost jeho splnění, na níž trvám a kolegové to v žádném případě nesdílí všichni, já sám pociťuji jako bezpodmínečně nutné. Podle c) - v souladu s

gravitačními polními rovnicemi - nemůže bez hmoty existovat žádné G-pole. Postulát c) souvisí zjevně velmi úzce s otázkou časoprostorových struktur celého vesmíru; protože na ustavení G-pole se bude podílet veškerá existující hmota.
Jako obecné kovariantní polní rovnice gravitace jsem prozatím navrhl

$$G_{\mu\nu} = -\,\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T) \qquad (1)$$

... Tyto polní rovnice ale postulát c) nesplňují; neboť připouštějí řešení

$$\begin{array}{lcll} g_{\mu\nu} & = & \text{konst.} & (\text{pro všechna } \mu \text{ a } \nu), \\ T_{\mu\nu} & = & 0 & (\text{pro všechna } \mu \text{ a } \nu). \end{array}$$

Podle rovnice (1) by bylo tedy v rozporu s Machovým postulátem G-pole myslitelné bez přítomné hmoty.

U kolébky Machova principu se tedy vynořuje, a jako sudička dohlíží na jeho život, stará otázka Epikurova či Leibnizova, co je to prostor a je-li dovoleno přisuzovat mu atribut "prázdný". Tato otázka se dotýkala v různých souvislostech samozřejmě všech filosofů, a tak jako před Epikurem zůstává stejně otevřená i po Leibnizovi. Einsteina intenzivně trápila v korespondenčním dialogu 1916-18 s De Sitterem, během níž do svých rovnic zavedl kosmologickou konstantu Λ - ta působí jako činitel, zachraňující rovnováhu při obhajobě tzv. statického modelu uzavřeného vesmíru (opravuje levou strany rovnice (1) na $G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}$). To, že Einstein rovnou použil své rovnice k výpočtu zakřivení hned celého vesmíru, dosvědčuje Machův vliv, protože Mach se skutečně zabývá otázkou, jak může okolní vesmír jako celek ovlivňovat pohyb částic.

3. Přehlédneme-li Machovo dílo, byť jen povrchně, nenajdeme žádné místo, v němž by se Mach jakkoliv zmiňoval o tenzorech nebo by se vyjadřoval v pojmech diferenciální geometrie. O zakřivení prostoru (bez příčinných souvislostí) píše ve své knize "Space and Geometry" v poměrně obšírném, ale *ne*matematicky pojatém komentáři k Riemannově geometrii. Nezdá se proto, že by Einstein čerpal inspiraci o zakřivení prostoru právě u Macha. Spojitost Ernsta Macha s Machovým principem zřejmě tedy musíme hledat ve zmínce o "Machově požadavku ...".

Machův odkaz je bohatý na články a korespondenci, ale profesor Karlovy university pečlivě dbal na to, aby své myšlenky vydal také knižně v přehledných kompilacích. Machovská knihovna obsahuje nejméně 7 větších titulů na fyzikální a filozofická témata, které bychom mohli označit za průkopnická. Dílo, které vždy bylo nejčastěji citováno, je obdivuhodný svazek o pěti stech stranách "Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt", poprvé vydaný 1883 v Lipsku (Mechanika ve svém vývoji, líčeno historicko kriticky, nebo bychom snad mohli opisněji přeložit Mechanika v zrcadle svého vývoje...). Tato kniha se dočkala jen do roku 1912, kdy ji mohl autor ještě korigovat, sedmi německých vydání, což svědčí o její ohromné popularitě. Samozřejmě byla přeložena do všech hlavních jazyků (ačkoliv v podstatě vznikla v Praze, ke škodě Čechů nebyla doposud přeložena do češtiny), v Chicagu vyšla poprvé anglicky v roce 1893 pod názvem The Science of Mechanics. Einstein ji ve svých autobiografických poznámkách jmenuje jako knihu, která "měla na mě hluboký vliv".

Svazek má 5 oddílů, 2 poslední se jen krátce dotýkají okrajových témat, první - věnovaná principům statiky a třetí - shrnující postnewtonovské koncepce analytické mechaniky, mají spíše historický ráz. Ústřední kritickou pasáží je tak oddíl II. Vývoj principů dynamiky, kde jsou v deseti kapitolách podrobně rozebrány problémy Galileovsko-Huygensovsko-Newtonovských formulací. Zejména základní výroky, které Newton uvádí na počátku Principií, podrobuje Mach systematické kritice. Nejostřejší námitky jsou vedeny hned zpočátku proti Newtonově definici pojmu hmotnosti, tedy Definici č. 1., kterou celá Principia začínají.

Přestože je zřejmé, že Newton nevybudoval Principia na axiomech podložených jím ex post do úvodu knihy, Mach nachází nečekaně těsnou souvislost úspěšných Newtonových závěrů se způsobem zavedení hmotnosti, kterou Newton možná i při sebekritické analýze podcenil. Mach velmi přesvědčivě odhaluje trhliny v Newtonově konstrukci a poukazuje na dalekosáhlé důsledky (nikoliv katastrofické, jako spíše přínosné), které mohou mít při řešení dalších otázek mechaniky, ale i všech ostatních fyzikálních disciplín. Mach píše: [4]

....
1. V předchozí diskusi jsme se důvěrně seznámili s Newtonovými idejemi a jsme dostatečně připraveni podrobit je kritickému posouzení. Zpočátku se omezíme na úvahy o pojmu hmoty a principu akce a reakce. V následujícím posuzování nemůžeme tuto dvojici oddělit. V nich je obsaženo jádro Newtonova úspěchu.
2. Na prvním místě, nemůžeme prohlásit pojem "množství materie" za dostatečný k vysvětlení pojmu hmoty, protože sám výraz neobsahuje dostatečnou srozumitelnost. Mnozí autoři se obvykle spokojují s vysvětlením pojmu hmoty jako prostým vyčíslením množství hypotetických atomů. Tím ale jen přidáváme další pojmy, které sami potřebují vysvětlení. Při spojení několika naprosto stejných, chemicky homogenních těles můžeme s "množstvím materie" samozřejmě spojit ještě jasnou představu a třeba také zjistit, že odpor ke zrychlení s touto veličinou vzrůstá. Nechme ale chemickou homogenitu stranou a máme co dělat s hypotézou, že *různá* tělesa v sobě obsahují cosi měřitelného, co můžeme nazvat množstvím materie. Hypotéza, která sice může být z hlediska mechanické zkušenosti oprávněná, se musí ale teprve zdůvodnit. Když proto společně s Newtonem přijmeme předpoklad, že tlak je projevem váhy, že $p = mg, p' = m'g$ a v souladu s tím položíme $p/p' = m/m'$, dostaneme vzorec, na němž lze demonstrovat *domněnku*, a ta musí být ještě odůvodněna, že hmotnost různých těles může být měřena jedním, *stejným,* standardem.
Můžeme přijmout *zcela nezávislý* předpoklad, že $m/m' = p/p'$; to znamená že poměr hmotností může být definován jako poměr tlaků vyvolaných váhou při konstantním g. Ale potom bychom měli *opodstatnit* užití postupu, který vyplynul z pouhého matematického zápisu principu akce a reakce a ještě dalších vztahů.
3. Pokud dvě tělesa, přesně stejná ve všech ohledech, jsou umístěna proti sobě, potom z hlediska symetrie očekáváme, že se budou pohybovat na své spojnici se stejným, vzájemně opačným zrychlením. Pokud ale tato tělesa vykazují sebemenší odlišnost ve tvaru, chemickém složení atd., pak nás princip symetrie zradí, *ledaže předpokládáme nebo dopředu víme*, že na stejnosti tvaru, chemického složení nebo čehokoliv jiného nezáleží. Jestli ale nějaký mechanický experiment jasně a nepochybně ukazuje na existenci nějaké vlastnosti, která předurčuje jeho zrychlení, pak nic nestojí v cestě k vyslovení následující definice:
Tělesa stejné hmotnosti nazveme taková tělesa, která při vzájemném působení vykazují stejná a navzájem opačná zrychlení.
Takto můžeme jednoduše označit *nebo pojmenovat* skutečné souvislosti mezi tělesy. V obecném případě postupujeme podobně. Tělesa A a B získají, jako výsledek vzájemného působení, zrychlení ϕ a $-\phi'$, kde směr zrychlení je určen znaménkem. Potom řekneme, že B má ϕ/ϕ' krát větší hmotnost než A. *Jestliže položíme A jako jednotku, přidělíme tomuto tělesu hmotnost m, která udělí A m-krát větší zrychlení, než jaké mu A udělí jako reakci.* Poměr hmotností je v opačném poměru vzájemného zrychlení. Tato zrychlení mají vždy opačné znaménko a proto dostáváme pouze kladné hodnoty hmotností, jak požaduje naše definice a jak nám potvrzuje i experiment. V našem pojetí hmotnosti není zaveden žádný teoretický předpoklad; "množství materie" je zcela nadbytečné; vše, co definice obsahuje, jsou přesné pojmy, stanovená a pojmenovaná fakta. ...

Filosoficky tedy naprosto jasné. Mach, jako skalní přívrženec fenomenologie, se nesmlouvavě ptá, zda hmotnost je vlastnost nebo veličina a priori daná, nebo nějakým způsobem odvozená. - Odpovídá ano, samozřejmě je odvozená a my ji musíme měřit - pak je to tedy veličina závislá na uspořádání experimentu, na použitých měřidlech nebo dalších veličinách, které do měření vstupují. Jsme-li schopni měřit zrychlení a můžeme-li tělesa pozorovat při nějaké vzájemné interakci, pak tedy změříme i poměr jejich hmotností.

Je pozoruhodné, že první čtenáři Machovy Mechaniky ponechali bez povšimnutí fakt, že takto stanovená hmotnost je závislá na soustavě, z které se interakce pozoruje. Například André K.T. Assis ve své knížce (*Relational Mechanics*, 6.4, 1999) k tomu poznamenává: [5]

... V této klíčové definici setrvačné hmotnosti Mach nespecifikuje jasně vztažnou soustavu, vůči níž by mělo být zrychlení měřeno. Je snadno vidět, že tato definice závisí na vztažné soustavě. Například pozorovatelé ve dvou soustavách, které se navzájem zrychlují, naměří odlišné hodnoty poměrů hmotností, když budou analyzovat tu samou interakci dvou těles... Uveďme příklad: uvažujme jednodimenzionální problém dvou těles, 1 a 2, které spolu interagují a získají zrychlení a_1 a $-a_2$

> vzhledem k soustavě O. Nyní uvažujme soustavu O', která se pohybuje se zrychlením a_0 vzhledem k O. Zrychlení těles 1 a 2 vzhledem k O' budou dána: $a_1' = a_1 - a_0$ a $a_2' = -a_2 - a_0$.
> S využitím Machovy definice je poměr hmotností vzhledem k O dán jako $m_1/m_2 = -(-a_2/a_1) = a_2/a_1$, zatímco poměr hmotností vzhledem k O' je $m_1'/m_2' = -(a_2'/a_1') = (a_2 + a_0)/(a_1 - a_0) \neq m_1/m_2$. Jinými slovy, jestliže by bylo dovoleno použít k definici poměru hmotností jakoukoliv vztažnou soustavu, ztrácí taková veličina význam. ...

Assis dále dovozuje, že Mach měl v kontextu na mysli inerciální soustavu a jedná se tedy jen o okrajové nedopatření, ale je pravda, že se o tom explicitně Mach nikde nezmiňuje. Daleko spíše byl Mach natolik svobodomyslný, že si dovedl představit mechaniku, v níž by hmotnost tělesa nebyla posvátným nedotknutelným číslem. Například Einstein v tomto směru rozhodně žádné předsudky neměl. Henri Poincaré ve svém populárním pojednání z roku 1905 *Science and Hypothesis* (Chapter 6, Classical Mechanics.) píše na téma adorace hmotnosti velmi přesvědčivě: [6]

> ... Víme, že k určení hmotností nebeských těles musíme přijmout docela jiný princip. Gravitační zákon nám říká, že přitažlivost dvou těles je přímo úměrná jejich hmotnostem; jestliže r je jejich vzdálenost, m a m' jejich hmotnosti a k nějaká konstanta, jejich přitažlivá síla bude kmm'/r^2. To, co můžeme měřit, proto není jejich hmotnost nebo poměr síly ke zrychlení, ale přitažlivá hmotnost; ne setrvačnost tělesa, ale jeho přitahující síla. Je to opačný postup; užití něčeho, co není teoreticky nepostradatelné. Mohli bychom říci, že přitažlivost je nepřímo úměrná čtverci vzdálenosti, aniž bychom tvrdili, že je přímo úměrná součinu hmotností, tedy že je rovna f/r^2 a ne kmm'/r^2. Když by to tak bylo, přesto bychom měli být schopni pozorováním *relativního* pohybu nebeských těles vypočítat hmotnosti těchto těles.
> ...
> Jinými slovy, *pohyb těžiště tohoto systému bude rovnoměrný a přímočarý.* Zdá se, že zde máme prostředek k definici hmotnosti. Poloha těžiště evidentně závisí na hodnotách odvozených od hmotností; musíme zvolit tyto hodnoty tak, aby pohyb těžiště byl rovnoměrný a přímočarý. To bude vždycky možné, pokud platí Newtonův třetí zákon a obecně to bude možné jen jediným způsobem. Ale žádný systém neexistuje tak, že by byl zbaven vnějších vlivů; každá část vesmíru, více či méně, je subjektem působení ostatních částí. *Zákon pohybu těžiště je jen tehdy přesně pravdivý, když je použit na celý vesmír.*
> Ale potom, abychom získali hodnoty hmotností, musíme najít pohyb těžiště celého vesmíru. Absurdita takového závěru je zřejmá; pohyb těžiště vesmíru nám bude navždy neznám. Taková snaha je marná. Není úniku z následující definice, která je přiznáním neschopnosti.
> *Hmotnosti jsou koeficienty, které je výhodné zavést do našich výpočtů.*
>
> Můžeme rekonstruovat naší mechaniku, když přiřadíme našim hmotnostem jiné hodnoty. ...

4. Newton v 3. dílu Principií vypočítal z pozorování Medicea Sidera hmotnost Jupiteru (ne absolutní, ale jen relativní vzhledem ke Slunci, což dále není až tak důležité.). Bez důkazu, jen z principu předpokládá, že je to tatáž hmotnost, jakou bychom naměřili, kdybychom rozřezali Jupiter na malé kousíčky, každý zvážili zvlášť na rovnoramenných vahách a sečetli. Poincaré se může ptát - ano, to je nějaké číslo, ale k čemu je dobré ? V tomto smyslu, pokud Newtonově hypotetickému předpokladu uvěříme (a dnes se mu všeobecně věří), můžeme například tvrdit, že průměrná hustota Jupiteru je srovnatelná s vodou - a to můžeme tvrdit ze vzdálenosti 5 astronomických jednotek, aniž bychom se ho dotkli. Je to sice zajímavé a možná i užitečné pro geology, ale v uspořádání, v jakém tuto informaci poskytla nebeská mechanika, je to právě pro ni bezcenný údaj. Nebeská mechanika má jasný program a jejím cílem je efemerida nebeských těles (t.j. předpověď jejich polohy v čase ať už plynoucím dopředu nebo dozadu). Znalost hmotnosti Jupiteru je zcela nadbytečná pro určení jeho dráhy kolem Slunce (nejen vzájemné polohy, ale i polohy vůči firmamentu). Kdyby byl na Jupiterově místě milionkrát lehčí asteroid, kroužil by po stejné elipse. Newton musí vysvětlit, na co vlastně svým složitým výpočtem přišel. To je ovšem v Principiích zcela zřejmé: chceme-li počítat polohy ne dvou, ale alespoň třech těles, je znalost těchto čísel - to jest hmotností všech třech těles - nezbytná. Jediný problém, který si Newton nikde nepřipouští je v tom, že hmotnost Jupiteru byla odvozena nikoliv z pozorování dvou těles, ale fakticky z analýzy pohybů tří, respektive více těles. Podle Newtonových schemat se soustava třech a více těles bude pohybovat v závislosti na jejich hmotnostech. Jestliže ovšem budeme pozorovat tuto soustavu z různých vztažných soustav a naměříme si z nich různé hmotnosti, budou se potom tato tělesa pohybovat i po (topologicky) jiných křivkách. To je ale rozpor, který nemůže připustit ani Newton ani Mach. Na scénu tedy přichází otázka, jaká vztažná soustava je ta správná pro měření hmotností a potažmo i budoucích pohybů. Newton vyřešil tento problém jako matematik zavedením absolutního prostoru. Pochopitelně si uvědomoval to, co mu řada vrstevníků okamžitě vytkla, že absolutní prostor je jen myšlenková konstrukce; ovšem co jiného pro popis přírody vůbec je zavedení čísel, rovnic nebo diferenciálu? Úspěchy, které dosáhl, ho k zavedení absolutního prostoru rozhodně opravňovaly. Argumentaci v jeho prospěch vede velmi precizně a v době vydání Principií se zdála být tak pevná, že kritici, zpočátku jen intuitivní, nenacházeli žádné východisko, z kterého by proti absolutnímu prostoru mohli vést frontální útok. Dokonce ani sám Leibniz (ovšem zatížen svými vlastními plenistickými (t.j. prázdnotu nepřipouštějícími) spekulacemi) ve věhlasném korespondenčním dialogu se Samuelem Clarkem nenašel protiargumenty dostatečně pádné, aby absolutním prostorem otřásly.

Není známo, zda Clarke mluvil přímo ústy Newtonovými, ale v diskuzi vystupuje jako nekompromisní Newtonův obhájce. V Pátém dopise, který bohužel Leibniz už nemohl číst (Leibniz zemřel dříve, než mu mohl být dopis doručen a je sporné, zda nebyl sepsán dokonce až po datu Leibnizovy smrti. Z etických důvodů se proto také tento dopis v různých edicích vyjímá.), přichází ke slovu hlavní trumf "absolutistické" doktríny - pokus s vědrem.

O dvě století později se problému s vědrem produktivně ujímá Ernst Mach. Jeho principiální postoj je založen na důsledné relativizaci fyzikálních veličin a podobným způsobem, jak to vyslovil v případě pojmu hmotnosti, sbírá argumenty proti absolutizaci měřítek času a prostoru.

Nejprve dává slovo Newtonovi a cituje jeho výklad pokusu s vědrem a jeho kritický postoj k němu (Principles, Scholium následující za úvodními Definicemi): [7]

Citováno z Principií [2]

> "II. Absolutní prostor, ve své vlastní podstatě a bez ohledu na cokoliv vnějšího, zůstává stále stejný a nehybný.
> "Relativní prostor je nějaký pohyblivý rozměr nebo míra absolutního prostoru, kterou naše smysly určují podle polohy vzhledem k tělesům a který obvykle bývá pokládán za nehybný prostor...
> "IV. Absolutní pohyb je přemísťování tělesa z jedné absolutní polohy do druhé; relativní pohyb je přemísťování tělesa z jedné relativní polohy do druhé ...
> ... "Takže v běžném životě namísto absolutní polohy a pohybu bez potíží používáme polohy a pohyb relativní; ale z filozofického hlediska bychom se měli vzdát svých pocitů. Může se totiž stát, že neexistuje žádné skutečně nepohyblivé těleso, vzhledem ke kterému bychom mohli měřit polohu nebo pohyb jiných těles. ...
> "Skutečné příčiny, které dovolují rozeznat pohyb absolutní od relativního, jsou síly rotačního pohybu nutící k vzdalování od osy. Neexistují takové síly při rotačním pohybu, které by byly čistě relativní, ale při skutečném a absolutním rotačním pohybu existují a jsou větší nebo menší podle velikosti pohybu. Při rotačním pohybu, který je čistě relativní, odstředivé síly neexistují; při skutečném (absolutním) pohybu existují a jsou větší nebo menší podle velikosti pohybu.
> "Vezměme vědro zavěšené na dlouhém provazu; tak dlouho s ním otáčíme až je provaz úplně zkroucený, potom ho naplníme vodou a necháme ji ustálit. Když vědro pustíme, začne se vlivem jiné síly otáčet opačným směrem až se provaz zase narovná a potom vědro ještě chvíli pokračuje v pohybu; hladina vody je zpočátku rovná tak jako před začátkem otáčení; ale postupně, jak vědro přenáší svůj pohyb na vodu, začne se i ta znatelně otáčet a vzdaluje se postupně od středu, vystupuje po stěnách vědra a hladina zaujme prohnutý tvar. (Sám jsem si to vyzkoušel.) ...
> ... "Na začátku, když *relativní* pohyb vody ve vědru byl *největší*, neměla voda žádnou snahu vzdalovat se od osy. Voda neměla žádnou tendenci pohybovat se k okraji ani stoupat podél stěn, ale zůstávala v rovině, a proto její skutečný otáčivý pohyb dosud nezačal. Ale potom, když se relativní pohyb vody vzhledem k vědru začal zmenšovat, stěny vědra pocítí snahu vody vzdalovat se od osy; a tato snaha prozrazuje skutečný pohyb vody, postupně vzrůstající až dosáhne maxima, kdy je voda v *relativním* klidu vzhledem k vědru. ....

(*konec citátů z Principií podle výběru E. Macha)*

Ačkoliv Newton mluví o "tendenci" nebo "snaze", má samozřejmě na mysli síly, které zakřivují hladinu vody. Mach pátrá po původu těchto sil: [4]

> ... Ve hmotném prostorovém systému, kde jsou rozloženy hmoty s různými rychlostmi, které na sebe mohou vzájemně působit, projevují se tyto hmoty prostřednictvím sil. Velikost sil můžeme odvodit pouze tehdy, když známe rychlosti způsobené těmito hmotami. I hmota, která je *v klidu*, působí silou, když *všechny* ostatní hmoty v klidu nejsou. Uvažujme například Newtonovo rotující vědro, ve kterém voda dosud nerotuje. Jestli hmota m má rychlost v_1 a ta je vyvolaná sousední rychlostí v_2, síla, která mezi nimi působí je $p = m(v_1 - v_2)/t$ nebo také práce, kterou si vymění je $ps = m(v_1^2 - v_2^2)$. *Všechny* hmoty a *všechny* rychlosti a následně i *všechny* síly jsou relativní. Není ničeho, co by mohlo rozhodnout mezi absolutním a relativním, s čím bychom se mohli setkat, co bychom si mohli vynutit, z čeho bychom mohli něco intelektuálně vytěžit. I moderní autoři někdy bloudí v argumentech týkajících se rotujícího vědra, když se snaží rozlišit mezi absolutním a relativním pohybem a zapomínají, že vesmírný systém je nám *jednou* dán a že Ptolemaiův či Koperníkův popis je jen *naší* interpretací, která je ve skutečnosti tatáž. Zastavte Newtonovo vědro, roztočte nebe s hvězdami a dokažte, že neexistují odstředivé síly!

Konečně odvážná replika (například) na Clarkův Pátý dopis. To, co Clarke považuje za absurdní, vykládá Mach přesvědčivě jako docela přirozené! Příliš vyhrocené okolnosti L-C dialogu svedly patrně Clarka až k neúměrné sebejistotě, ačkoliv i on dozajista musel vědět, že se pohybuje na tenkém ledě. V reakci na Leibnizův Pátý dopis/§31 oponuje slovy: [8]

> Tvrdí se, že pohyb nezbytně znamená změnu polohy jednoho tělesa vzhledem k jiným tělesům : avšak není ukázán žádný způsob, jak se vyhnout tomu absurdnímu důsledku, že potom schopnost pohybu jednoho tělesa je závislá na existenci jiných tělesech; a že těleso existující samo o sobě není schopné pohybu; nebo že součásti rotujícího tělesa (řekněme Slunce) by pozbyly *vis centrifuga* pocházející z jejich otáčivého pohybu, kdyby všechna okolní tělesa zmizela.

Vyhraněná nesmiřitelnost zastánců a oponentů absolutního versus relativního pohybu vyplývá na první pohled z doslovného znění Leibnizova komentáře §31 [9]

> Nemohu uznat, že všechno, co je konečné, je schopno pohybu. Podle této hypotézy mého oponenta by musela nějaká část prostoru, i kdyby konečná, být bez pohybu. To, co se má pohybovat, musí být schopno měnit svoji polohu vzhledem k něčemu jinému a nová poloha musí být rozeznatelná od předchozí; jinak je změna pouhou fikcí. Pohyblivé a zároveň konečné, musí být částí něčeho dalšího konečného, co učiní změnu pozorovatelnou.

Nemůžeme si myslet, že by Newton mohl nějak příkře odmítat tyto Leibnizovy teze, zřejmě proto také s Leibnizem nediskutuje on, ale Samuel Clarke. Dotýkal se jen velmi hmatatelně ústředního problému, u něhož později Mach poznamenal "těžko uchopitelný". Je zřejmé, že takovým zůstává dodnes.

Mnozí autoři soudí, že posledně citovaný Machův odstavec (pokud by se ho podařilo přetlumočit do jedné nebo dvou vět) by mohl být přímo nazýván Machovým principem spíše než Einsteinova verze. Bylo by to patrně i v jistém smyslu spravedlivější vzhledem k tomu, že Einstein se v pozdějších letech s "vlastním" Machovým principem rozešel a zakolísal v hodnocení jeho významu. I když Einsteinova formulace spojuje "jeho" Machův princip s teorií relativity jen okrajově, jsou Machovy výroky v této pasáži viditelně obecnější a především pak nemají vztah k teorii relativity, protože Mach evidentně relativistou (t.j. zastáncem teorie relativity) nebyl.

5. Mach tedy dostatečně zdůraznil význam volby souřadnic pro stanovení hmotnosti. Hmotnosti jsou konstanty, které ovlivňují chování netriviálních dynamických systémů a v praxi je musíme znát, tedy je nějak naměřit. Evidentně se tak bude dít pomocí souřadnic, ty se však v přírodě nikde nevyskytují (Mach na mechaniku bez souřadnic nepomýšlel). Logicky proto musí následovat návod, jak v praxi souřadnice stanovit.

Newton předpokládá, že takový souřadný systém existuje a pro svá astronomická měření ho ztotožní s firmamentem, tedy (domněle, nebo alespoň definitoricky) fixovaným pozadím stálic na nebi. A to stejně jako Hipparchos nebo Kepler, protože technicky vzato, nic jiného po ruce není.

Nedostatečnost tohoto absolutního prostoru Mach bezpochyby prokázal, zejména jeho existenční premisu. Na druhé straně je stále nutné chránit "navazující" Newtonovy konstrukce, které přinesly obrovské úspěchy (zavedení diferenciálu a počátečních podmínek). V nějakém souřadném systému se ale pracovat musí a namísto absolutního prostoru se tedy použije jiný systém souřadnic, který se dnes všeobecně nazývá *inerciální*. Zavedení inerciálního systému, k němuž Mach významně přispíval, ovšem problémy nejen odstraňovalo, ale také přinášelo.

Mach se svými kritickými, u Kanta vypěstovanými názory vstoupil do diskuse, vzbuzené habilitační přednáškou lipského matematika Carla Neumanna na téma Galileo-Newtonovského výkladu jevu setrvačnosti. Neumann v roce 1870 ke své přednášce publikoval článek (dáno 2. prosince 1869), v němž analyzuje detaily původních Newtonových výroků. Zajímá ho především, jak by se teoreticky dalo ověřit, že se nějaké těleso pohybuje rovnoměrně (přímočarost v úvahách Neumanna zaujímá až druhořadou pozornost). V ohnisku problému je pochopitelně Newtonův instrument absolutního času. Neumann se ptá, jak máme rozhodnout a co to vůbec znamená, že dva časové intervaly jsou si rovny: [10]

> Z otoček zeměkoule, po sobě následujících, vzniká tedy v čase jistá škála, z níž jsou vymezeny větší úseky jako hvězdný den a menší úseky jako hodina, minuta, sekunda. Považovali jsme tedy skutečně *tuto škálu* jako *zcela korektní*, pohlíželi jsme skutečně na dva navzájem si odpovídající časové úseky, například na dva hvězdné dny, jako *přesně* stejné, stejně dlouhé časové intervaly? Měli bychom skutečně tuto časovou škálu, odvozenou z (pohybů) naší miniaturní zeměkoule brát jako platnou pro naše pozorování celého vesmíru! Nemají všechna ostatní nebeská tělesa stejný nárok na takové upřednostnění! Anebo máme snad přijmout, že všechna nebeská tělesa jsou ve svých rotačních pohybech navzájem v souladu, že si navzájem předávají souhlasné časové stupnice, tak, že jeden časový úsek koresponduje neustále s každým jiným odpovídajícím úsekem!

Vykřičníky namísto otazníků; otázky tak sugestivně položené, aby nikdo nemohl přehlédnout absurditu takových závěrů.

Odmítneme-li tradiční chronometrii, kde potom v přírodě hledat spolehlivé hodiny, které by zaručeně tikaly rovnoměrně? Samozřejmě je nenajdeme, dokonce to vypadá, že taková snaha ani nemá smysl. V tom případě se ale musíme smířit s tím, že v přírodě nenajdeme ani žádný zaručeně rovnoměrný pohyb (ani nemusí být přímočarý) a tudíž se náhle vytrácí význam jednoho ze základních fyzikálních výroků, tedy zákona setrvačnosti.

Zde Neumann vykročil na cestu, jíž se nechala vést řada dalších filozofů a přírodovědců. Na pořad dne se dostala otázka, zda zákon setrvačnosti vůbec platí, respektive jak bychom měli jeho platnost ověřit nebo do jaké míry je to jen idealizovaná myšlenková konstrukce, které bychom se měli při hodnocení praktických experimentů raději vyhnout. Zdá se, že bez časové škály nemůžeme pěstovat fyziku a proto Neumann hledá nějakou formu času, která by byla použitelná. Dokud nebudeme vědět, jak měřit stejné časové úseky, nemůže být o zákonu setrvačnosti ani řeči. [10]

> Dvě hmotná tělesa, na sobě nezávislá, se pohybují takovým způsobem, že dráha, kterou urazí první těleso, je úměrná dráze druhého tělesa.

Řekli bychom, že toto je Neumannovo pracovní znění zákona setrvačnosti. Jinými slovy, čas budeme měřit v metrech, tedy jako úměru vzdálenosti (der Wegabschnitt, tedy doslova úsek dráhy), kterou urazí nějaké těleso, jež prohlásíme za referenční. Jakým způsobem máme referenční těleso vybrat a hlavně vůči čemu se jeho vzdálenost bude měřit, zůstává zatím neobjasněno. Neumann si toho byl pochopitelně vědom a přivedl na scénu hypotetické těleso Alpha, které se ovšem při dalším rozboru ukázalo přinejmenším stejně záhadné jako absolutní prostor a záhy se z něho stal jen muzejní exemplář. To ale není zdaleka jediná potíž této definice: hlavní problém se týká výrazu "na sobě nezávislá" (v originále "von denen jeder sich selbst überlassen", tedy doslova "z nichž každé ponecháno samo sobě") čímž se myslí, že mezi nimi nenastává žádná interakce, potažmo nepůsobí síla. Ovšem stačí uplatnit známý Galileův argument a představit si, že dvě tělesa spojíme nějakým čepem, čímž se jistě stanou "závislá" a přesto jejich časové úseky si budou úměrné (shodné). To samozřejmě oslabí a vlastně znehodnotí celý výrok.[3]

Téma jako celek je příliš silné na jednu habilitační přednášku a Carl Neumann se už k němu pro své velmi široce pojaté zájmy více nevrátil. Závěrem ale ještě naznačil, jak by si v úvaze přál pokračovat. "Kdybychom se tím dál zabývali přesněji, museli bychom projít velmi rozsáhlou oblast. Setkali bychom se přitom s takzvaným impulsem, silou, pravidly jejich skládání a rozkládání ...... [je zde] jeden význačný bod, u něhož bychom museli zdolat pojmové těžkosti, totiž pojem takzvané *hmotnosti (Masse)*. Ale to by mohlo vést příliš daleko, kdybychom se do této věci dál pouštěli."

Neumann, zaměřením spíše matematik, se až příliš držel formální stránky problému. O 6 let mladší Mach, který jako dítě vydržel hodiny a hodiny uhranutě pozorovat mechanické soukolí větrného mlýna, měl ve zvyku uchopit problém vždy z praktické stránky. Byl jiného založení, za naprostou svobodomyslností stála sebejistá odvaha. Pět let po svém příchodu do Prahy vydal svazek "Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit" (1872) (dáno 15. listopadu 1871), (Dějiny a podstata zákona zachování energie), který se stal základem pro pozdější, obsáhle vypracovanou Mechaniku. Machova argumentace je zde velmi podobná Neumannově. Dnes je asi těžké dohlédnout, do jaké míry a zda vůbec byl Mach Neumannem ovlivněn. Je to ovšem možná také zbytečné, protože oba mají společné to, co má společného většina německy mluvících vědců - tedy kritickou povahu formulace problému. Nitky této všeobecné závislosti vedou nepochybně k hlavě německé filozofie, k Imannuelovi Kantovi.

6. Z těchto názorových podnětů se pak zrodil pojem inerciálního systému. Ludwig Lange, inspirován Neumannovou konstrukcí inerciálního času, dopracoval tento námět úplně, pro logiku rovnoměrnosti a přímočarosti pohybů volných těles. Svými články vzbudil nemalou pozornost a vysloužil si pochvalu i od E. Macha, který jeho výsledky zařadil do pozdějších vydání své Mechaniky. [4]

> ... Dále se zaměříme na článek L. Lange: "*Über die wissenschaftliche Fassung der Galilei'schen Beharrungsgesetzes*", ... Lange vychází z předpokladu, že obecně Newtonův zákon setrvačnosti *existuje* a hledá takový souřadný systém, v kterém platí (1885). K jakémukoliv bodu P_1, který se obecně pohybuje po křivce, můžeme zavést takové souřadnice, ve kterých se bod P_1 pohybuje po přímce G_1. Když budeme v tomto systému sledovat druhý bod ... etc., etc, ...
> ... Z toho plyne, že pouhou *konvencí* lze zavést souřadný systém, v kterém se nejvýše tři tělesa pohybují po přímkách. Lange právě v tom vidí podstatný obsah *zákona setrvačnosti*, že pomocí tří volných hmotných bodů může být nalezen souřadný systém, ve kterém se potom čtyři nebo libovolně mnoho volných hmotných bodů pohybuje přímočaře a popis jejich drah je navzájem proporcionální. Pohyby v přírodě by tak byly zjednodušením a omezením kinematicky přípustných možností.

Ačkoliv Newton vyslovil svůj První zákon jako implikaci, Lange se na něj v podstatě díval jako na ekvivalenci. To znamená, že nepůsobí-li síla, pak je dráha přímkou, ale také, je-li dráha přímkou, pak nepůsobí síla (konzervativní čtenář by patrně požadoval srozumitelnější konkluzi "výslednice všech sil je nulová"). Prostorová dráha tělesa, to jest nějaká křivka, je z analytického hlediska naprosto závislá na souřadném systému. Lange, v návaznosti na Neumannovy úvahy, upozorňuje na to, že jedno jediné těleso, které v nějaké - například kartézské - soustavě za sebou svým pohybem kreslí libovolnou křivku, se může z hlediska jiné souřadné soustavy pohybovat (byť nepravidelně a v "čase" třeba nanejvýš divoce) právě "pouze" po přímce. Pokud zdůrazníme předpoklad, že pozorujeme jen jediné reálné těleso v (abstraktním) souřadném systému, je to triviální úvaha, která má ještě další stupně volnosti, protože na očekávanou přímku můžeme nakládat další požadavky, kupříkladu aby procházela počátkem původní kartézské soustavy nebo jiným pevným bodem, a třeba ještě další. Jednoduchým příkladem budiž například soustava, jejíž osou x je na obě strany prodloužená spojnice pozorovaného bodu a počátku původní soustavy, osa y je pak třeba kolmá k x a rovněž prochází původním počátkem. Nová soustava se sice vůči původní pohybuje nepravidelně (je jedno, jaké hodiny, nebo jaký "čas" užijeme), ale zůstává pravdou, že pozorované těleso se v ní pohybuje přímočaře (tedy jen po ose x). Když k tomu přidáme Neumannovu úvahu o neurčitelnosti stejně dlouhých časových úseků, můžeme si sestrojit hodiny, které jdou tak vhodně nepravidelně, že se podle nich jakýkoliv pohyb našeho jediného tělesa zdá být dokonce rovnoměrně přímočarý. Tyto hodiny jsou pro měření času stejně oprávněné jako každé jiné.

Závěrem je konstatování, že jsme takto nalezli soustavu (jednu z mnoha), v níž se sledované těleso pohybuje rovnoměrně přímočaře a podle Zákona setrvačnosti na něj tedy nepůsobí žádná síla. Taková soustava se nazývá od roku 1885 **inerciální** a do fyziky ji touto úvahou přivedl právě Ludwig Lange, kterému tehdy bylo 22 let. Vysvětlení, co je to inerciální, však uveďme přímo z pera autora - Ludwiga Langeho : [11]

> ... Shrňme krátce dosažené výsledky:
> *Pro tři nebo méně bodů, je jejich přímočarý pohyb v soustavě souřadnic věcí pouhé konvence; teprve pro více než tři body je tento pohyb více než konvencí, je výsledkem pozorování.* Pro tři body není třeba požadovat jejich vzájemnou nezávislost, aby se v jistém souřadném systému pohybovaly přímočaře. *Fyzikální* podmínka neovlivněnosti má ještě jeden, ovšem nanejvýš pozoruhodný geometrický (foronomický) důsledek, že pro *libovolně mnoho* bodů, které splňují tuto podmínku, existuje takový souřadný systém, v němž se všechny pohybují přímočaře.
> Odsud se už zdá být jen krok k definici inerciálního systému. . . .
> Ideální konstrukce inerciálního systému by snad byla tímto následujícím způsobem uskutečnitelná. Tři materiální body P_1, P_2, P_3 budou ve stejném okamžiku vymrštěny z jednoho místa a dále je nebude nic ovlivňovat. Jakmile se ujistíme, že neleží na přímce, spojí se každý zvlášť s nějakým *zcela libovolným* bodem Q kdekoliv v prostoru. Spojnice, které můžeme nazvat G_1, G_2, G_3, dohromady tvoří trojboký hranol. Zafixujme tento hranol do *neproměnného tuhého tvaru* a jeho polohu zvolme tak, že P_1 se pohybuje po hraně G_1, P_2 po G_2 a P_3 po G_3, pak souřadný systém, v němž hranol nemění svoji polohu, je inerciální systém. Tři hrany mohou posloužit přímo jako osy tohoto systému, pokud ovšem neleží v jedné rovině.
> . . .
> *Definice I* : "Inerciální systém" nazveme systém souřadnic této vlastnosti: že vzhledem k němu jsou spojitě popisované dráhy *třech*, z jednoho místa současně vypuštěných a dále na sobě nezávislých (na jedné přímce neležících) bodů všechny *přímočaré.*
> *Věta I* : Vzhledem k inerciálnímu systému je dráha *každého čtvrtého* nezávislého bodu *přímočará.*
> *Definice II* : "Inerciální časová škála" je každá časová škála, v níž se nějaký libovolný nezávislý bod pohybuje po své inerciální dráze *rovnoměrně.*
> *Věta II* : Vzhledem k inerciální časové škále se *každý další* nezávislý bod na své inerciální dráze pohybuje rovnoměrně.

Pochopení těchto definic patrně vyžaduje znalost kontextu, zejména obšírnějšího vysvětlení pojmu "rovnoměrně". Podrobnější rozbor by zasluhoval také klíčový termín, "nezávislý" (sich selbst überlassenen), kterým se Lange odkazuje na Neumanna. Naprosto nikde není uvedeno, jak máme poznat body (tělesa), které "nezávislé" jsou nebo nejsou.

Lange pochopitelně zdůrazňuje, že tato definice a konstrukce inerciálního systému je pouze teoretická, a je jasné, že v praxi, zejména astronomické, je neuskutečnitelná (museli bychom někde ve vesmíru zpozorovat čtyři tělesa uvedených vlastností a tím bychom tedy inerciální soustavu objevili). Je to ale velmi konkrétní úvaha, která může sloužit alespoň jako ideál, o nějž se může experiment v rámci určitých podmínek pokoušet. Jaké jsou to podmínky a jaká jsou eventuální omezení, možná i principiální, je ovšem nedořešená otázka. Autoři teorie relativity se například od konstrukce inerciálního systému ze zásady distancují - v jejich pojetí se jednoduše každé těleso pohybuje přímočaře (po geodetice), ale v zakřiveném prostoročase, čímž se vyhnou otázce, "vůči čemu" zakřiveném, protože křivost se může chápat jako vnitřní vlastnost nějakého geometrického objektu.

Ludwig Lange měl rozhodně k problematice relativnosti pohybů co říci, jeho vědecká kariéra byla však předčasně ukončena těžkým onemocněním, které ho zcela vyřadilo z hlavního revolučního proudu ve fyzice na přelomu století. Ačkoliv se nadále zabýval alespoň okrajově přírodovědeckým studiem, až do konce svého života (1936), který s sebou nesl atributy až dobrodružnosti, ale také společenské dezorientace, jeho práce už nikdy nedosáhly významu prvotního tématu. Max von Laue v poválečném nekrologu z roku 1948 uzavírá: [12] "Chceme zde zvrátit nezasloužené zapomnění. Vyzvedněme tedy dílo jeho života: V historii fyzikálních vztažných soustav prostoru a času jsou napsány tři velké kapitoly. První by se měla jmenovat "od Aristarcha ze Samu k Mikoláši Kusánskému"; třetí by měla rozhodně nést Einsteinovo jméno. Druhá ale, po právu, by měla nést titul "od Mikuláše Koperníka k Ludwigu Langemu".

Definicí inerciálního systému ovšem problémy absolutního prostoru zdaleka nekončí, původ setrvačnosti stále není objasněn. Mach poznamenává: [4]

> ... Zde nejsou, podle mého mínění, žádné rozdíly mezi Ludwigem Lange a mnou, co se týče *teoretické* a formální stránky Langeho formulace, faktu, že systém stálic je v současnosti jediný prakticky použitelný referenční systém a také metody, jak hledat nový referenční systém pozvolným korigováním. Rozdíl ale, který přetrvává a patrně tu vždy zůstane, spočívá v tom, že Lange k problému přistupuje jako *matematik*, kdežto já spíš vidím *fyzikální* stránku věci.

7. Mach není tedy jen filozof, je to univerzitní profesor experimentální fyziky a pociťuje nutnost objasnit ve fyzikálním smyslu, kam svými úvahami směřuje a co bychom od nich měli konkrétně očekávat.

> 7. Namísto pohybu tělesa vzhledem k prostoru (jeho souřadnému systému), měli bychom vztahovat pohyb vzhledem ke všem okolním tělesům ve vesmíru, která sama určují onen souřadnicový systém. Tělesa, která jsou vzájemně velmi vzdálená se pohybují navzájem konstantní rychlostí ve stejném směru, mění své polohy přímo úměrně času. Může se také říci, že všechna velmi vzdálená tělesa, oproštěná od vzájemných nebo jiných sil, mění své vzdálenosti navzájem proporcionálně. Dvě tělesa umístěná blízko sebe, která se pohybují vzhledem ke vzdáleným tělesům konstantními rychlostmi, podléhají komplikovanějším vztahům. Když připustíme, že obě tělesa jsou na sobě závislá, r je jejich vzdálenost, t je čas a a konstanta závislá na směrech a rychlostech, můžeme předložit vzorec : $d^2r/dt^2 = (1/r)[a^2 - (dr/dt)^2]$. Je zjevně *jednodušší* a *přehlednější* považovat dvě tělesa za nezávislá jedno na druhém a vzít do úvahy neměnnost jejich směrů a rychlostí vůči ostatním tělesům.

Mach užívá jen zřídka matematickou argumentaci a o to více přitahuje pozornost toto jeho vyjádření. Na první pohled by se zdálo, že tento vzorec přichází zčistajasna, ale stačí jednoduchá analýza, abychom se orientovali při hledání jeho podstaty. Triviálně najdeme oba integrály b, c této rovnice: $d/dt\ [r\dot{r}] = a^2 \Rightarrow r^2 = a^2t^2 + bt + c$, konstanta a má rozměr rychlosti.

Z opačného pohledu bychom tento vzorec mohli vydedukovat z následující úvahy: Představme si dva hmotné body, které se v (pro jednoduchost dvourozměrné) inerciální soustavě pohybují na sobě nezávisle konstantní rychlostí a po rovnoběžných přímkách v opačném směru. Řekněme, že to jsou přímky $y = R/2$ a $y = -R/2$. Čili se tyto body míjejí na cestě od $-\infty$ do ∞ a jednou za život se k sobě přiblíží na minimální vzdálenost R. Ačkoliv změna jejich polohy vzhledem k inerciální soustavě $(\dot{x})$ je neměnná, je zřejmé, že změna jejich vzájemné vzdálenosti $(\dot{r})$ už konstantní není. Sama jejich vzdálenost (opět triviálně) podléhá uvedené diferenciální rovnici druhého řádu. Mach ve své Mechanice tuto úvahu sice neuvádí, ale asi právem se můžeme domnívat, že zřejmě právě ji mohl mít na mysli.

Je jisté, že uvedenou formuli nemůžeme brát po matematické stránce nijak závazně.[4] Mach zřejmě cítil povinnost ke svým dobře promyšleným, ale spíše filozofickým úvahám dodat ještě nějaký konkrétní model. Patrně tím chtěl spíše naznačit rámec, v jakém by mělo rozvíjení jeho myšlenek pokračovat. V daném kontextu je samozřejmé uvažovat o tom, že velmi vzdálené hvězdy a další hmota ve vesmíru ovlivňují setrvačné vlastnosti pozemských těles, problém spočívá ale hlavně v tom, jakým konkrétním mechanismem se působení těchto vzdálených těles uskuteční. Mach hledá vzorec, který by měl ideově znaky Newtonova gravitačního působení na dálku a splňoval by i tradiční požadavek poklesu vlivu se vzdáleností. Změnou oproti Newtonovým závěrům je požadavek závislosti druhé derivace (síly) na rychlostech - ten je ale samozřejmě i v newtonovské koncepci přípustný.

Této inspirace, která zřejmě souvisí i s analogiemi v elektromagnetickém poli a s Weberovou elektrodynamikou, se později chopila řada autorů. Erwin Schrödinger, nanejvýš povolaný znalec elementární heuristiky a principiálního formalismu věnoval tomuto tématu velmi precizní článek, *Splnitelnost relativistických požadavků v klasické mechanice* [13], v němž citlivě a nezaujatě obhajuje machovská stanoviska z tehdy už (1925) nesnadno otřesitelných pozic teorie relativity. Schrödinger namísto vlastností druhých derivací zkoumá hlubší, mohli bychom říci doslova esenciální integritu obecného hamiltoniánu, zejména hamiltoniánu částic v poli s potenciálem, v němž machovskou analýzou nachází pozoruhodnou nesymetrii a přivádí ji k zajímavým závěrům. [13]

... Také OTR ve své prvotní podobě *nemohla* ještě splňovat Machův požadavek, jak bylo brzy rozeznáno. Poté, co byla odvozena sekulární precese Merkuru s udivující přesností, mohl se každý naivní člověk ptát: vzhledem k *čemu* nyní podle *teorie* vykonává elipsa precesní pohyb, který ze *zkušenosti* probíhá vzhledem k firmamentu? Může se odpovědět: teorie požaduje precesi vzhledem k souřadnému systému, v němž gravitační potenciál splňuje určité okrajové podmínky v nekonečnu. Spojitost mezi okrajovými podmínkami a přítomností hmot fixovaných hvězd není ale v žádném případě jasná, protože fixované hvězdy nebyly do výpočtu vůbec zahrnuty. ...
Při dnešním stavu (OTR) není snad bez významu ptát se, zda by Machův požadavek relativnosti nemohl být splněn nějakou jednoduchou modifikací klasické mechaniky a inerciální systém by nemohl být realizován nějakým jednoduchým srozumitelným způsobem.
[Schrödingerova Poznámka: Řešení tohoto problému je ve skutečnosti už obsaženo ve vyslovení zákona setrvačnosti podle Macha.[5] Hlavní důvod, proč dosáhl tak malého uznání je pravděpodobně hlavně v tom, že Mach myslel, že musí přijmout vzájemný setrvačný vliv *nezávislý na vzdálenosti*.]
Výraz pro potenciální energii v bodově-částicové mechanice a zejména výraz pro Newtonův potenciál, už bez čehokoliv dalšího vyhovuje Machovu postulátu, jelikož ten závisí pouze na vzdálenosti dvou hmotných bodů a ne na absolutní poloze v prostoru. Jelikož se osvědčil, měl by být také z hlediska onoho postulátu uchován, ať už jen jako první přiblížení pro zákon, který může být ve skutečnosti snad komplikovanější. Jinak to vypadá s kinetickou energií. Ta je v souhlase s klasickou mechanikou definovaná absolutním pohybem *v prostoru*, zatímco principiálně jsou přece pozorovatelné pouze *relativní* pohyby, vzdálenosti a změny vzdáleností hmotných bodů. Mělo by být tedy přezkoumáno, zda není možné, aby kinetická energie, právě tak jako doposud energie potenciální, byla hmotným bodům přiřazována ne jednotlivě, nýbrž chápána podobně jako vzájemná interakce každé dvojice hmotných bodů a ponechána v závislosti jen na rychlosti jakožto změně jejich vzdálenosti. Abychom zvolili mezi mnoha možnostmi, uvedeme heuristicky následující analogické požadavky:
1. kinetická energie jakožto interakční energie by měla záviset na hmotách a vzdálenostech dvou bodů stejným způsobem jako Newtonův potenciál.
2. měla by být úměrná čtverci rychlosti jakožto změny jejich vzdáleností.
Pro celkovou interakční energii dvou hmotných bodů s hmotnostmi μ a μ' vzdálených r získáme výraz

$$W = -\,\gamma\,\frac{\mu\,\mu'\dot{r}^2}{r} - \frac{\mu\,\mu'}{r}$$

Jinými slovy, klasický hamiltonián je nyní poopraven o nový člen, kalibrovaný faktorem γ. Pro něj Schrödinger nalezne takovou hodnotu (opírá se ovšem o výsledky OTR), která tímto způsobem vysvětlí relativistickou precesi Merkuru. Při té příležitosti mu vychází rozdílné hmotnosti planety "radiální" a "tangenciální", což je právě to, co Mach resp. Poincaré očekává. V té souvislosti dovozuje alespoň rámcově, jakou anisotropii setrvačnosti bychom měli očekávat v důsledku nesymetrického rozložení "blízkých" hmot, například Mléčné dráhy, vzhledem ke Slunci.

Schrödinger stojí mimo všechnu pochybnost na pozicích teorie relativity, ovšem na rozdíl od mnohých jejích komentátorů nepřipouští, že by se eventuální rozpory mezi ní a machovským programem daly odbýt mávnutím ruky a to i ve světle dílčích experimentálních potvrzení OTR. V tomto směru i on považuje za pravděpodobné a žádoucí ("zaslouží si námahu"), že OTR by mohla být podrobena dílčím změnám, které by ji mohly uvést do souladu s Machovými představami. To se doposud nikomu přesvědčivě nepodařilo. Možná právě proto se Schrödinger vyhýbá použití termínu *Machův princip* a píše zatím opatrněji o Machových požadavcích. Podstatu problému v roce 1959 výstižně formuloval Wolfgang Pauli[6] : [14]

V dalším rozvíjení OTR se vynořil jeden problém, který se nedal jednoznačně řešit. Ernst Mach navrhoval, aby se setrvačnost zcela odvozovala z působení vzdálených těles. Kdyby byl tento Machův princip správný, muselo by Einsteinovo G-pole vymizet, pokud se všechna tělesa odstraní. Einstein byl při stavbě své teorie právě tímto principem veden a hájil ho jako správný. Z rovnic teorie se ale nedal vyvodit. Zdá se, že do základu polního názoru musíme uložit, že pole bude sice rozložením hmoty ovlivněno, že ale zůstane samostatně existující realitou, i když se všechna tělesa odstraní. Jaké bude definitivní řešení nám není známo."

Je to v podstatě parafráze původních Einsteinových pochybností, jenže vyslovených o 41 let později. Ta léta byla naplněna značnou snahou o sblížení OTR a "Machovými požadavky", leč bezvýsledně. Tento stav více méně trvá dodnes.

8. Z toho, co zde bylo dosud uvedeno je zřejmé, že tvůrci teorie relativity se velmi zodpovědně stavěli k Machovi jako svému progenitorovi. Určitě by si ale přáli, aby i on ocenil jejich dílo víc, než to udělal. Mach ale věděl, proč se spontánně nepřidává k proudu relativistů. Je pravda, že postulát konstantní rychlosti světla byl zpočátku přece jen paradoxní, než aby si ho každý hned přisvojil a Mach nepatřil k jeho nadšeným přívržencům. Na druhé straně ovšem Mach měl za sebou dlouhodobou, hluboce založenou a pečlivě budovanou filozofickou stavbu kritiky Principií a jistě si uvědomoval, že "náhlé" objevení fenoménu rychlosti světla s jeho "machiánskou" fyzikou nijak zvlášť nesouvisí anebo přinejmenším nenaplňuje jeho program. O relativistech píše (7. vydání Die Mechanik ..., 1912): [4]

> "... 11. Názor, že "absolutní pohyb" je bezobsažný pojem nepoužitelný ve fyzice, zasáhl téměř každého v posledních třiceti letech, ale nyní ho zastává mnoho známých vědců. Chtěl bych uvést některé "relativisty" : Stallo, J. Thompson, Ludwig Lange, Love, Kleinpeter, J. G. MacGregor, Mansion, Petzold, Pearson. Počet relativistů neobyčejně roste a uvedený seznam už zřejmě není úplný. Brzy pravděpodobně nebude nikdo, kdo by vážně podporoval opoziční názory. Ale, jestli těžko uchopitelné hypotézy o absolutním prostoru a absolutním čase nemohou být akceptovány, vzniká tu otázka : Jak máme srozumitelně chápat zákon setrvačnosti ? .... "

To, co dnes přijímáme jako elementární fakt, že rychlost světla ve vakuu je konstantní za všech okolností, nazývá Mach *c-Prinzip*. Neobvyklost odporující každodenní zkušenosti jistě nemohla být důvodem k odmítnutí nebo jen negativnímu postoji. Z filozofického hlediska je zřejmé, že zavedení konstanty c, která je konstantní bez ohledu na cokoliv, znamená přivedení nového absolutna do elementárních zákonů, což Mach odmítal programově.

Pochopitelně ani on nemohl přehlížet výsledky Michelsonova pokusu a problém stál skutečně v centru jeho pozornosti. Jako zkušený experimentátor věděl, že pokud by chtěl odmítnout *c-Prinzip*, musel by navrhnout jiný pokus, který by Michelsona vyvrátil. V roce 1913 se mohla taková naděje jevit jako reálná, rozhodně reálnější než dnes, po více než sto letech marné námahy. Jenomže Machovi ubývaly síly. Už 15 let přemáhal následky mrtvice, která ochrnula pravou polovinu těla, nemohl psát a jen stěží mohl chodit. Ve Vídni se sice, co mu síly dovolovaly, účastnil vědeckého života, ale na pražský rozmach tvůrčích sil už zbyly jen vzpomínky. Obtíže života ho nakonec přiměly k přesídlení do Vaterstettenu k nejstaršímu synovi Ludwigovi, lékaři s oddaným zájmem o experimentální fyziku. Spolu promýšleli návrat k optickým experimentům v jejichž ohnisku byl nepochybně *c-Prinzip*, hlavní tíha ale už ležela na Ludwigovi. Projekt vyvrácení konečné rychlosti světla nakonec nepřinesl žádný pozitivní výsledek. Po Machově smrti Ludwig pokračoval podle otcových instrukcí s bratrem Felixem, ale štěstí se od něj odvrátilo. Kromě smrti manželky a bratra upadl do dluhů, takže musil zastavit celou otcovu knihovnu s pracovními sešity a nepublikovanými pracemi, svůj dům a laboratoř. V nejhorší finanční tísni ho nakonec zachránila americká sbírka z iniciativy rodinného přítele antropologa R.H. Lowie, do níž přispěl i A. Einstein. Nic ale nepomohlo, po opakovaných neúspěších, v záchvatu beznaděje a bezvýchodné deprese šestasedmdesátiletý Ludwig na konci války 1944 všechny výsledky a dokumentaci zničil. Podle svědectví rodiny to slíbil otci v případě neúspěchu experimentů, které měly "odhalit povahu světla a hmoty" ... zamýšlený druhý díl Machovy Optiky nikdy nevyšel.

Z pramenů svědčících o skutečném vztahu Ernsta Macha k teorii relativity tak zbylo žalostně málo. Podle toho, co je historicky doloženo a kriticky zhodnoceno, šlo ovšem spíše o vztah rezervovaný.

V roce 1910 zaznamenal Philipp Frank, že v rozhovoru s Machem (Frank v písemném oznámení Herneckovi) nabyl dojmu, že Mach s filozofickým základem Einsteinovy speciální teorie relativity souhlasí. Mach ale toto svoje stanovisko nikde písemně nepotvrdil. Dále je doloženo, že se Einstein během svého pobytu v Praze (1911-12) nebo krátce poté s Machem ve Vídni sešel, ale o obsahu jejich rozhovoru není známo nic bližšího. Až do roku 1959 se ani nevědělo, že mezi nimi existuje korespondence, jsou ale známy jen 4 dopisy E→M, opačně žádný.

Machovo ostré odmítnutí teorie relativity, publikované v první předmluvě k Principům Optiky, kterou vydal 5 let po otcově smrti syn Ludwig, je sice datováno 1913, ale vzhledem k inkonzistenci s celoživotním Machovým dílem je považováno za pochybné. K jejímu posouzení je zřejmě nezbytné si uvědomit, že ho patrně ovlivnil blízký Machův spolupracovník za vaterstettenského pobytu, matematik Hugo Dingler z Mnichova. Kariéra tohoto filozofa, jehož si Mach sám vyhledal jako strážce svého odkazu podle raných článků (1910), začínala slibně s nejlepším doporučením A. Vosse, vyvrcholila ovšem fanatickým antisemitismem a rasismem v nacistických službách Třetí říše. Dingler nepochybně patřil mezi vědce, kteří ve svém uvažování nedokáží oddělit cizí myšlenky a názory od vztahu k jejich autorům. Pro Machovu filozofii to byla špatná volba.[7]

9. Vraťme se ale zpátky k pojmu *Machův princip* jako takovému. Pokud se nám podařilo alespoň částečně osvětlit jeho původ a okolnosti jeho zakořenění ve fyzice, měli bychom se pokusit ještě odpovědět na otázku, kde je v tomto principu Mach skutečně sám podepsán, kde je zašifrováno jeho vlastní stigma, které spojuje Machův plodný vědecký život s přímým výrokem Machova principu. Mach se sám o sobě vyjadřuje se skromnou zdrženlivostí : "Už od svých mladých let jsem byl, podle vlastní neustálé sebeanalýzy a kritiky relativistického smýšlení, jak se to dnes nazývá, a mohl jsem snad tyto věci dál sledovat, ale jen málo přicházelo z mých vlastních myšlenek, zajímal mne prozatím výhled, vykročení z osidel minulosti, ze sféry vlivu, který s sebou nesli velcí myslitelé, ..."[8] , ale čteme-li pozorně kritické pasáže jeho Mechaniky, nacházíme velmi silná tvrzení, která nejsou pouhým vykročením, ale dlouhými kroky vpřed: [4]

> ... Když říkáme, že těleso K mění svůj směr a velikost rychlosti pouze vlivem jediného tělesa K', pak z toho pohledu prostě není možné, že existují další tělesa A, B, C, ..., k nimž bychom mohli pohyb tělesa K vztahovat. Ve skutečnosti ale jsme znalí vztahů mezi K a $A, B, C, \ldots$. Když ale náhle zanedbáme A, B, C, ..., a pokusíme se mluvit o chování tělesa K v absolutním prostoru, dopouštíme se dvojí chyby.
> Jednak nemůžeme vědět, jak by se K chovalo bez přítomnosti $A, B, C, \ldots$, potom bychom ale také neměli žádný prostředek, jak posuzovat chování K a ověřit svoje závěry, které by potom neměly žádný přírodovědný smysl.
> Dvě tělesa K a K', která se vzájemně gravitačně přitahují, udělují si navzájem ve směru své spojnice zrychlení nepřímo úměrné svým hmotnostem m, m'. V této poučce je vyjádřen nejen vztah K a K' jeden k druhému, ale i vztah k jiným tělesům. Výrok praví nejenže si K a K' udělují navzájem zrychlení $\kappa(m + m')/r^2$, ale také že K pociťuje zrychlení $-\kappa m'/r^2$ a K' zrychlení $+\kappa m/r^2$ ve směru jejich spojnice; fakt, který je zjistitelný jen za přítomnosti dalších těles. Pohyb tělesa K může být posouzen jen ve vztahu k dalším tělesům $A, B, C, \ldots$. I kdybychom měli k dispozici dostatečný počet těles, která jsou navzájem nehybná nebo alespoň svoji polohu mění velmi pomalu, nejsme s to uvést do souvislosti pohyb jednoho *určitého* tělesa jen s některými z nich a střídavě zanedbávat vliv toho či onoho okolního tělesa. Takovou úvahou bychom došli k závěru, že se tato tělesa navzájem vůbec neovlivňují.

To si můžeme hned vyložit například takto: jestliže bychom si mysleli, že eliptická dráha Merkuru vzhledem ke Slunci je způsobená jenom působením samotného Slunce, znamenalo by to prostě, že ve vesmíru už nejsou žádná další tělesa. Ale protože o dalších tělesech víme - můžeme se o nich přesvědčit svými smysly - znamená to, že dráha Merkuru vzhledem ke Slunci (ať už je eliptická nebo jiná) nemůže být způsobena jen Sluncem! Při newtonovských výpočtech se ale právě z toho vychází - že dráha Merkuru *je* způsobena Sluncem a ničím dalším. V tomto smyslu bychom tedy měli metody výpočtu pohybů nějak revidovat. Při konstrukci nových teorií si ovšem musíme dávat bedlivý pozor, abychom do výpočtu zahrnuli opravdu *všechna* tělesa, o nichž něco víme nebo můžeme vědět. Kdybychom zapomněli byť jen na jediný elektron, může se nám to v konečném výsledku vymstít.

Autor Machova principu - Albert Einstein - se proto zřejmě obával vyslovit svoji novou teorii (OTR) bez toho, aniž by ji hned v prvním kroku konfrontoval s vlastnostmi a chováním celého vesmíru. To také skutečně udělal (podle soudobých observačních znalostí) a tím se začala psát nová kapitola "moderní" kosmologie. V tomto smyslu je Machovo jméno s tímto principem spojeno právem. Možná nepůsobí zcela přesvědčivě, že by jeho originální znění bylo zevšeobecnění Machových "požadavků" - Machovi skalní příznivci by zřejmě mohli tvrdit, že tyto "požadavky" jsou obecnější než OTR. O to je ale zbytečné se nyní přít. Mach může být spokojen: princip nesoucí jeho jméno leží sice v základu teorie, která možná nesplňuje jeho nejnáročnější představy, je ale vybudovaná na základech uložených v jeho filozofii. Tato filozofie, zdá se, zdaleka nevyčerpala svůj potenciál jako inspirační zdroj teorie relativity a zůstává dodnes stále úrodnou půdou, na níž mohou vyrůst další a další Machovy nebo Machovské principy. Machovo dílo rozhodně není muzeální archiválií, jež by se měla jen čas od času oprášit. Každému se vyplatí ho přečíst a promyslet, protože je to dílo stále živé.

.... ⋆ ....

[1] R.H. Dicke: *Many Faces of Mach, Gravitation and Relativity*, H.-Y.Chiu & W. Hoffmann (eds), p. 121-141, Benjamin Inc. NY, (1964)

[2] J. Barbour: *The Discovery of Dynamics*, Oxford Univ. Press, (2001)

[3] A. Einstein: *Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie*, Annalen der Physik 55, Vierte Folge, (1918), p. 241-244

[4] E. Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung, Historisch-kritisch dargestellt*, Akademie-Verlag Berlin (1988), (Siebente verbesserte und vermehrte Auflage, Leipzig F.A. Brockhaus (1912))

[5] A.K.T.Assis: *Relational Mechanics*, Apeiron Montreal (1999)

[6] H. Poincaré: *La Science et Hypothése 1902* (Science and Hypothesis 1905)

[7] I. Newton: *Principia*, Motte's Translation, Revised by Cajori, Univ. of California Press, (1962)

[8] H.G. Alexander: *The Leibniz-Clarke Correspondence*, Manchester Univ. Press, (1998)

[9] L.E. Loemker: *Gottfried Wilhelm Leibniz Philosophical Papers and Letters*, Kluwer Acad. Publishers, Vol. 2, (1989)

[10] C. Neumann: *Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie*, Taubner Verlag (1870), (Taubner Archiv zur Mathematik, Band 8, Leipziger mathematische Antrittsvorlesungen)

[11] L. Lange: *Nochmals über das Beharrungsgesetz*, (Wundts) Philosophische Studien II, p. 539-545, (1885)

[12] M. von Laue: *Dr. Ludwig Lange 1863-1936 (Ein zu Unrecht Vergessener.)*, Die Naturwissenschaften 35, Heft 7, (1948)

[13] E. Schrödinger: *Die Erfüllbarkeit der Relativitätsforderung in der klassischen Mechanik*, Annalen der Physik 77, p. 325-336, (1925)

[14] W. Pauli, *Albert Einstein in der Entwicklung der Physik*, Phys. Bl. 15, 244, (1959)

Poznámky:

[1]) themis.cz je registrovaná doména společnosti Themis, karass teoretické fyziky. Kontaktní adresa může být jan.kadrnoska@themis.cz nebo mach@themis.cz .

[2]) V případě citátů z Newtonových Principií předpokládám, že se jedná o vlastní Machův překlad z latiny. Na místech, kde se to jevilo jako vhodné, jsem se více držel Cajoriho anglického překladu, který byl pořízen patrně více nezávisle, na rozdíl od Machova překladu, který je uveden samozřejmě účelově. Také se lze domnívat, že překlad latinského originálu prostřednictvím angličtiny se vzdálí méně původnímu významu než prostřednictvím němčiny (jen z toho důvodu, že Newton byl Angličan). Latinský originál, jistě nenahraditelný, je dnešnímu čtenáři ale méně přístupný také z toho důvodu, že by se myšlenkově musel více přenést do 17. století, což s sebou přináší omezení ale i zároveň novou inspiraci a jistě stojí za námahu tomu, kdo to dokáže. V češtině existuje více útržkovitých překladů Principií (namátkou Vopěnka, Nový-Smolka, Horák/Koyré), které jsem záměrně nepoužil, protože evidentně zdůrazňují kontext vlastních textů, v nichž jsou citovány. Citáty uvedené zde by tedy měly sloužit toku Machovy argumentace.

[3]) Tedy v časově úměrných úsecích se pohybují jak tělesa "nezávislá", tak i "závislá", tedy všechna. Ale jistě jsou i tělesa, jejichž časové úseky si úměrné nejsou a kam potom taková tělesa zařadit?

[4]) Hledání smyslu této rovnice v nás ale patrně zanechá přinejmenším rozpačité pocity. Co s takovou rovnicí počít? Zřejmě by se mohlo jednat o návrh nové formule pro sílu, protože explicite vyjadřuje druhou derivaci metrické veličiny. Neobsahuje v sobě žádnou závislost na hmotnosti, což je u Macha možná překvapující, ale v první fázi to ani tolik nevadí - jak už bylo zmíněno, například u Keplera se hmotnost také nevyskytuje a přesto jsou jeho výsledky velkolepé. Ačkoliv je druhá derivace vyjádřena v závislosti na nižších derivacích, jak se to obecně požaduje, je tu záhadný faktor a, který lze jen obtížně interpretovat. Pokud by to byla odezva zmíněného pohybu na dvou míjejících se přímkách, měli bychom ji chápat jako počáteční, resp. okrajovou podmínku $a = \pm(1/2)\,\dot{r}(\pm\infty)$. Ve formulaci zákona ale nemají počáteční podmínky co dělat, a takové znásilnění principů analytické mechaniky je zcela nepřijatelné. I kdybychom tedy deklarovali a jako nějakou vnější, dejme tomu "stavovou" konstantu, musíme se hlavně ptát, jaký je program takto zavedené síly. Mohlo by to snad být tak, že v systému několika nebo mnoha hmotných bodů je každá dvojice obdařená takovouto silou a potom bychom byli postaveni před úkol najít její výslednici, která působí na testovací částici? Je těžko si představit, že by takto formulovaná úloha byla korektní. Každopádně Mach nikde neříká, co vlastně

máme pomocí uvedeného vzorce vypočítat nebo k objasnění čeho bychom ho měli užít a není přípustné mu v tomto směru něco podsouvat.

[5]) Mach ve své Mechanice po podrobné kritice Newtona přichází s názorem, jak by základní výroky mechaniky strukturoval sám: "... 5. I když zůstaneme *zcela* u Newtonova pohledu a pomineme některé zmíněné komplikace a neurčitosti, které jsou zestručnělým výkladem pojmů "čas" a "prostor" spíš zamlženy než odstraněny, je možné Newtonovy formulace nahradit jednoduššími, metodicky lépe uspořádanými a lépe vyhovujícími výroky. Dle mého mínění mohou vypadat takto:
a. Experimentální tvrzení. Tělesa si za jistých, experimentálně stanovených okolností, vzájemně udělují opačná *zrychlení* a to ve směru jejich spojnice. (Princip setrvačnosti je zde už obsažen.)
b. Definice. Poměr hmotností dvou těles je opačný k poměru zrychlení, která si navzájem udělí.
c. Experimentální tvrzení. Poměry hmotností těles jsou nezávislé na povaze fyzikálního stavů těles (ať už magnetických, elektrických, atd.), které si udělují zrychlení a také zůstává stejný, ať už ke zrychlení dojde přímo nebo nepřímo.
d. Experimentální tvrzení. Zrychlení, která tělesa $A, B, C, ...$ tělesu K udělí, jsou navzájem nezávislá. (Věta o silovém parallelogramu odtud bezprostředně vyplyne.)
e. Definice. Pohybová síla je součin hmotnosti tělesa a zrychlení vyvolané v tomto tělese.
...."

[6]) Mach se přátelil s otcem slavného fyzika, který pocházel z prominentní pražské židovské rodiny, ale ke konci století změnil od základu svůj život - přesídlil do Vídně, změnil si jméno, konvertoval ke katolíkům a oženil se. Mach byl také kmotrem Wolfganga, který se narodil ve Vídni 1900 a jeho celé jména je tedy Wolfgang Ernst Pauli. I když se machovské filozofii později vzdálil, přesto v sobě nikdy nezapřel doslova "machovský křest".

[7]) Stylizace sebe sama do role oběti "křížové výpravy" relativistů proti Machovi neodpovídá Machově celoživotní orientaci a nadhledu, s kterým se ve filozofických a fyzikálních diskuzích pohyboval. Zajisté, text byl vydán pod patronací Ludwiga, ten ovšem v těchto letech byl stále s Dinglerem ve styku. Tomu Mach kdysi věnoval svou přízeň v předmluvě 7. německého vydání Mechaniky 5. února 1912: "Ve svých 74 letech, sužován těžkou nemocí, nehodlám už dělat žádnou další revoluci. Doufám ale v podstatný pokrok od jednoho mladšího matematika, *Dr. Hugo Dinglera*, který, posuzováno podle jeho prací ("Grenze und Ziele der Wissenschaft", 1910 a "Die Grundlagen der angewandten Geometrie", 1911), zachoval svobodný a nezaujatý pohled pro *obě* [empirickou a logickou] strany vědy."
H. Dingler byl zapřisáhlý odpůrce teorie relativity a A. Einsteina. Vzhledem k později projevenému oportunismu Dinglera proto řada historiků nevylučuje redakci textu Předmluvy k Optice 1921. (Podrobněji k těmto společensky citlivým otázkám například J.T.Blackmore, K.D.Heller.)

[8]) Ludwig Mach, předmluva k 9. vydání Mechaniky, leden 1933: "Musím vypovědět ohledně té věci z konce roku 1915; dokud byla ještě dostupná příslušná literatura...." Podle Ludwiga, Mach o sobě píše jako o relativistovi, ale to nesmí dnešního čtenáře zmást - význam slova "relativita" není zřejmě dost široký na to, aby do sebe pojal všechny své tváře. Toho si všimli mnozí badatelé a v základních rysech se rozlišuje Einsteinova "fyzikální relativita" od Machovy "epistemologické relativity".

.... ⋆ ⋆ ⋆ ....